Jacques DUPRE

UNE FORMALISATION DES COULEURS / PREMIERE PARTIE

PROPOSITION-

On peut difficil ement parler de langage pictural,tant d'un point de vue sémantique que de celui de la syntaxe.Il semble actuellement que toute tentative développée dans ce sens aboutirait à ne décrire que l'activité d'une école ou d'un seul peintre,et plus vraisemblablement,la vision de certains esprits excessivement formalisateurs.

La proposition qui est faite ici,beaucoup moins ambitieuse,est celle d'un peintre qui tend à préciser son vocabulaire de base.

L'étude ne va donc atteindre que le niveau inférieur de l'organisation spatiale,l'oeuvre picturale étant considérée comme une concaténation dans deux dimensions d'éléments qui apparaitront avec leurs caractéristiques spécifiques et des données métriques.

Il s'agit donc dans un premier temps d'étudier les atomes qui seront des points de couleur;on pourra prendre par exemple comme définition du point la plus petite surface identifiable dans les conditions finales de perception. Ensuite,on pourra construire des molécules avec ces atomes qui soit,pour être utilisables de façon souple,ne presenteront pas de caractéristiques métriques intrinsèques,soit pourront se développer dans tout le domaine et,si l'on veut, s'y mouvoir.

UNE FORMALISATION DE LA COULEUR-

Il importe de représenter l'objet"couleur"par un autre qui soit maniable, donc de préférence un être mathématique connu ou à construire.

Pour qu'une formalisation soit justifiée,il faut conserver à l'objet l'ensemble des régles d'un domaine choisi,par exemple,l'optique physique pour les rayonnements colorés.Dans le domaine artistique,l'éventail des possibilités est infini,puisqu'à la limite,on peut formaliser un objet plastique ou musical par n'importe quoi et lui appliquer n'importe quelles régles.En fait,au niveau ou nous nous plaçons,le domaine privilégié est celui de la perception et les les physiciens nous tendent la perche,qui ne veulent parler que de sensation colorée.

Les régles choisies doivent être limitées à un point de vue assez général pour éviter de figer l'objet représenté dans une esthétique limitée,qui ne pourrait subir aucune évolution.Il ne faut pas attendre la formalisation miracle qui déterminerait tout;elle ne permettrait que la fabrication d'un petit nombre d'oeuvres sans doute semblables.Klee disait"Précieuse est la connaissance des lois,à condition de se garder d'un shématisme confondant loi nue et réalité vivante".

Le seul interét de notre tentative est de pouvoir éventuellement fournir un élément utilisable dans une formalisation analytique d'oeuvres plastiques; que les outils proposés soient triviaux mathématiquement serait plutôt une justification de cette étude.Le vrai problème,suffisamment complexe,se situe dans les rapports des différents composants de l'oeuvre.

LUMINOSITE-VALEUR-

Deux rayonnements sont chromatiquement équivalents s'il produisent les mêmes sensations de luminosité,de teinte et de pureté.

La luminosité d'une surface est le produit du flux lumineux incident par son facteur de diffusion.Il s'agit donc d'un paramétre indépendant du caractére coloré de la surface et donc applicable à une surface grise,qu'il caractérise entièrement.Le peintre ne pourra jouer que sur le facteur de diffusion auquel correspondra le paramétre"valeur"que nous allons définir.

Un noir parfait diffuserait 0% de la lumière incidente,un blanc parfait 100%;en fait,un colorant que nous nommerons blanc a un facteur de diffusion de 90%,un colorant noir 5%.Ces colorants ont un caractère"absolu"du point de vue de la sensation qu'ils produisent et nous pouvons les combiner pour obtenir l'echelle de toutes les valeurs que nous pourrons percevoir.

La loi de Fechner:"la sensation croit comme le logarithme de l'excitation" s'applique convenablement à la luminosité et si on veut une gamme à intervalles égaux,on prendra une suite arithmétique des logarithmes des facteurs de diffusion.

Pour le colorant blanc:

log(90) = I,95

Pour le colorant noir:

log(5) = 0,70

Si on choisit une gamme de IO valeurs:

(I,95-0,70)/IO = 0,I25

0,I25 est le pas de la suite arithmétique des facteurs de diffusion des gris successifs.La valeur,paramétre retenu sera liée à cette suite par une loi linéaire telle que la valeur du noir soit 0 et celle du blanc IO.

Valeur	facteur de diffusion	log(f)
0	5	0,700
I	7	0,825
2	9	0,950
3	I2	I,075
4	I6	I,200
5	2I	I,325
6	28	I,450
7	38	I,575
8	50	I,700
9	67	I,825
IO	90	I,950

La loi se formule ainsi:

$v = 8(\log(f)-0,7)$

Et inversement:

$f = IO^{(v/8+0,7)}$

La valeur d'une couleur s'obtiendra donc par comparaison avec la gamme des gris,ou par mesure directe du facteur de diffusion à l'aide d'un dispositif photométrique approprie.

FACTEUR DE PURETE-

Avec un colorant à saturation,on peut obtenir toute la gamme des valeurs supérieures en augmentant la luminosité et toute la gamme des valeurs inferieures en la diminuant;on dira dans ce cas qu'on a les valeurs de la teinte donnée avec le maximum de pureté.Si on prend un colorant de base d'une valeur différente de celle de la saturation,on obtient des gammes de couleurs dites "cassées".

Pour nous,ce paramétre facteur de pureté,que nous ne préciserons pas, sera laissé de coté dans un premier temps,étant entendu qu'ainsi isolé,il pourra être réintroduit sans remise en question des résultats obtenus sur la teinte et la valeur.Ce qui suit devra donc être entendu"au facteur de pureté prés".

STUCTURE-

Nous nous proposons de donner une structure algébrique à l'ensemble E des sensations colorées définies par une teinte et une valeur.

On dira que deux couleurs sont liées par la relation R si elles ont la même teinte quelles que soient leurs valeurs;on écrira aRb.Vérifions qu'il s'agit d'une relation d'équivalence.

-Elle est réflexive: aRa

-Elle est symétrique: aRb ⇒ bRa

-Elle est transitive: aRb et bRc ⇒ aRc

On peut donc définir la classe d'équivalence d'une couleur a;on dira que a et b sont équivalents modulo R;pour simplifier l'écriture,on écrira a = b en spécifiant qu'il ne s'agit pas de l'identité dans E mais dans E/R ensemble des classes d'équivalence de E.

Nous allons définir une opération qui permet d'obtenir une couleur c à partir de deux autres a et b;un moyen expérimental possible pour sa réalisation est le disque de Maxwell.

On commence par ramener les deux couleurs à une même valeur et peindre avec les colorants ainsi trouvés, les deux moitiés d'un disque; celui-ci en tournant créera la sensation d'une couleur, de même valeur que les composantes, qui par définition sera le résultat c de notre opération.

L'expérience montre que quelle que soit la valeur commune choisie pour les représentants de a et b, le résultat c a la même teinte; on a donc défini une opération interne dans l'ensemble E/R.

On notera: c = a & b

Enumérons les propriétés de cette loi de composition entre teintes.

-Nous avons vu que c'est une loi interne toujours définie.

-Elle est commutative: a & b = b & a

-Il existe un élément neutre n; n est la classe d'equivalence attachée à la teinte grise (ou noire, ou blanche): a & n = n & a = a

-Pour tout élément a, il existe un symétrique a', c'est la teinte complémentaire: a & a'= a'& a = n

-Tout élément est idempotent: a & a = a

-On vérifie que la loi n'est pas associative: (a & b) & c est en général différent de a & (b & c). Essayons d'expliquer cela à l'aide d'un exemple assez particularisé:

(violet & vert) & vert = bleu & vert = vert bleu

violet & (vert & vert) = violet & vert = bleu

Cela semble contrarier le sens habituel que nous donnons au mélange additif des couleurs, par exemple trois points colorés de même surface, deux verts et un violet ou trois rayons lumineux de couleur juxtaposés. Ces cas, pour lesquels l'associativité est une propriété évidente font intervenir la luminosité car on combine en fait un vert de luminosité 2 (ou occupant la surface 2) avec un violet de luminosité I. La loi & utilise l'addition optique, mais ne se confond pas avec elle puisqu'elle opère entre teintes et ne doit donc pas faire intervenir les valeurs.

Dire qu'un ensemble est isomorphe à un autre, c'est trouver une application bijective entre les éléments de ces ensembles et deux lois internes telles que le composé de deux éléments d'un ensemble et le composé des deux éléments correspondants de l'autre ensemble se correspondent par l'application. On démontre que les deux lois donnent aux deux ensembles une même structure algébrique.

Pour formaliser les teintes, nous allons proposer un ensemble qui muni d'une certaine loi a la même structure que E/R. Il restera à verifier l'isomorphisme, ce qui ne pourra se faire que par expérimentation.

Soit F l'ensemble des vecteurs normés du plan, c'est à dire de longueur unitaire et du vecteur nul. Soit T l'opération qui compose les vecteurs V_I et V_2 pour donner V_3 tel que:

$$V_3 = V_I T\, V_2 = \begin{cases} (V_I + V_2)/|V_I + V_2| & \text{si } V_I + V_2 \neq 0 \\ 0 & \text{si } V_I + V_2 = 0 \end{cases}$$

-La loi est interne puisque V_3 est normé et dans le plan.

-Elle est évidemment commutative.

-Le vecteur nul 0 est élément neutre: $V\ T\ 0 = V$

-Le vecteur $-V$ est le symétrique de V.

-Tout élément est idempotent: $V\ T\ V = (V + V)/|V + V| = 2V/2 = V$

-Le développement du calcul de la relation d'associativité montre qu'en général, elle n'est pas vérifiée.

On peut représenter l'ensemble F en plaçant les origines des vecteurs en un point donné: le lieu des extrémités est le cercle de rayon 1 centré en ce point, plus le centre. A la suite de nombreuses expérimentations, dont on peut vérifier la validité à l'aide du dispositif de Maxwell, Rood a réparti les teintes sur un cercle dit cercle chromatique de telle sorte que l'opération T pour les vecteurs et l'opération & pour les couleurs définissent un isomorphisme entre F et E/R. Des calculs effectués sur la base du système trichromique confirment par ailleurs ce résultat.

PREMIERES CONSEQUENCES-

Il peut paraitre trivial d'avoir retrouvé une notion aussi vieille et connue que celle du cercle chromatique;aussi,il convient de faire un bilan de notre acquit.

Les teintes complémentaires se trouvent diamétralement opposées sur le cercle et on retrouve la même succession que dans la décomposition spectrale de la lumiére blanche;mais cela ne suffirait pas à placer précisément une teinte donnée.

On peut définir des relations précises entre teintes,par exemple sous la forme d'une distance angulaire.Or certaines de ces relations sont perceptibles; ainsi si on réalise une suite arithmétique de teintes,c'est à dire avec une distance angulaire constante entre deux teintes consécutives.On peut également distinguer des relations ternaires,par exemple:deux teintes séparées par celle correspondant à la bissectrice de l'angle aigu qu'elles déterminent(harmonie consonnante)ou bien par celle correspondant à l'angle obtus(harmonie dissonnante).

On pourrait multiplier les exemples et fonder un mode de fabrication d'oeuvres à partir de micro-harmonies,le mot harmonie ayant le sens large de relation connue entre surfaces colorées.Notons que pour suivre une telle voie, il est pratique de diviser le cercle en N teintes équidistantes de leurs voisines et numérotées de 0 à N - I.On calcule alors sur le groupe des entiers modulo N.

Une autre voie consiste en une conception globale de l'oeuvre picturale. La formalisation proposée s'y prête puisqu'elle permet de considérer un tableau comme un champ vectoriel plan.On s'ouvre alors à un domaine trés vaste et bien connu des mathématiques appliquées puisqu'il touche la mécanique,l'électricité, l'hydraulique etc...La démarche esthétique se shématise alors en une représentation colorée de lois mathématiques;le peintre ayant encore le choix de certaines conditions aux limites,qui si elles ne se formalisent pas à l'aide de lois simples,rendront nécessaire un traitement sur ordinateur utilisant les méthodes classiques de l'analyse numérique.

(à suivre)